106 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

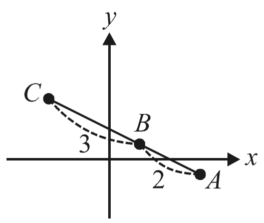
數學(B)卷 106-2-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	D	A	A	B	A	D	B	C	A	C	A	D	C	B	D	C	D	B	A	B	B	C	D

1. $m_{AB}=\dfrac{1-k}{2-(-4)}=\dfrac{1-k}{6}$，直線斜率 $=-\dfrac{3}{1}=-3$
因爲 $\overline{AB}$ 與直線垂直，所以斜率相乘等於 -1
$\dfrac{1-k}{6}\times(-3)=-1$，得 $k=-1$

2. 點 $A(k\,,1)$ 到直線 $3x-4y-4=0$ 之距離爲
$\dfrac{|3k-4\cdot1-4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=2$，$\dfrac{|3k-8|}{5}=2$
得 $3k-8=10$ 或 -10，$k=6$ 或 $-\dfrac{2}{3}$
因爲點 A 在第一象限，所以 $k=6$

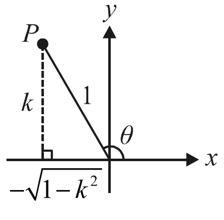
3. 如右圖，因 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$
且 C 在第二象限
所以 B 爲內分點
由分點公式可知



$B=\dfrac{3A+2C}{5}$
$5B=3A+2C$，$C=\dfrac{5B-3A}{2}$
$C=\dfrac{5(2\,,1)-3(6\,,-1)}{2}=\dfrac{(10\,,5)-(18\,,-3)}{2}=(-4\,,4)$
$a=-4$，$b=4$，$a+b=-4+4=0$

4. 由定義可知 $\tan\theta=\dfrac{y}{x}=-\dfrac{4}{3}$ 且 θ 爲第二象限角
所以 $x=-3$，$y=4$
$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$
$\sin\theta=\dfrac{y}{r}=\dfrac{4}{5}$，$\cos\theta=\dfrac{x}{r}=\dfrac{-3}{5}$
原式 $=\dfrac{5\cdot\dfrac{4}{5}+2}{10\cdot\dfrac{-3}{5}+1}=\dfrac{6}{-5}$

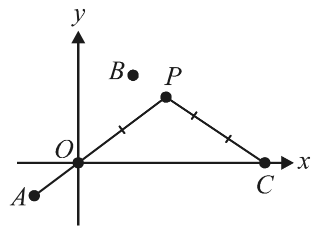
5. 如右圖
θ 的終邊上點 P 爲
$(-\sqrt{1-k^2}\,,k)$



由定義可知 $\cot\theta=\dfrac{-\sqrt{1-k^2}}{k}$

6. 原式 $=\sqrt{3}\cos150^\circ+\sec300^\circ+\sin(-150^\circ)$
$=\sqrt{3}\cdot\dfrac{-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{2}{1}+\dfrac{-1}{2}=\dfrac{-3}{2}+2-\dfrac{1}{2}=0$

7. 由向量性質可得
$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{AO}=2(4\,,3)=(8\,,6)$
$\overrightarrow{BP}=(8-x\,,6-y)$
$\overrightarrow{PC}=3\overrightarrow{BP}\Rightarrow(9\,,-6)=3(8-x\,,6-y)$
$\Rightarrow 9=24-3x$，$-6=18-3y$
$\Rightarrow x=5$，$y=8$，$\therefore x+y=5+8=13$



8. 因爲 $\angle C=90^\circ$，所以 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0$
利用 $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=(1\,,k-1)$
得 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=(-2\,,-1)\cdot(1\,,k-1)=-2-k+1$
$=-k-1=0$，$k=-1$

9. $|3\vec{a}+2\vec{b}|^2=(3\vec{a}+2\vec{b})\cdot(3\vec{a}+2\vec{b})$
$=9\vec{a}\cdot\vec{a}+12\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}\cdot\vec{b}$
$=9|\vec{a}|^2+12|\vec{a}||\vec{b}|\cos120^\circ+4|\vec{b}|^2$
$=9\cdot1^2+12\cdot1\cdot2\cdot(\dfrac{-1}{2})+4\cdot2^2=9-12+16=13$
故 $|3\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{13}$

10. 原式的分子利用對數性質得
$\log_3 20-\log_3 5=\log_3\dfrac{20}{5}=\log_3 4$
原式 $=\dfrac{\log_3 4}{\log_3 16}\xrightarrow[\text{換底公式}]{}\log_{16}4=\dfrac{1}{2}$

11. 令 $y=2^x>0$，原式可化爲 $y^2-10y+8=0$，且二根爲 $2^\alpha\,,2^\beta$
$2^\alpha\cdot2^\beta=\dfrac{8}{1}\Rightarrow 2^{\alpha+\beta}=2^3\Rightarrow\alpha+\beta=3$

12. 原式 $=\log_{40}2^a\cdot5^b=\log_{40}40^2$
$2^a\cdot5^b=40^2=(2^3\times5^1)^2=2^6\times5^2$
得 $a=6$，$b=2$，$a+b=6+2=8$

13. $a_2=a_1+d$，$a_8=a_1+7d$
$a_2+a_8=2a_1+8d=8$，$a_1+4d=4$
$a_3=a_1+2d$，$a_6=a_1+5d$
$a_3+2a_6=a_1+2d+2(a_1+5d)$
$=3a_1+12d=3(a_1+4d)=3\cdot4=12$

14. 因爲 $6\,,2\,,a$ 成等差，所以公差爲 -4
$a=2-4=-2$

因爲 $-2,6,b$ 成等比，所以公比爲 -3

$b=6\times(-3)=-18$

$a+b=-2+(-18)=-20$

15. 由題意可知公比 $r=-k$

$\frac{2}{1-(-k)}=\frac{2}{1+k}=\frac{3}{2}\Rightarrow k=\frac{1}{3}$

16. $\sum_{k=1}^{30}(2k-3)=-1+1+3+5+\cdots+57$，共 30 項

由等差級數公式得 $\frac{30(-1+57)}{2}=\frac{30\times 56}{2}=840$

17. 由長除法(採分離係數法)

$1+3+1+2$

$1+1+1\overline{)1+4+5+p+3+q}$

$1+1+1$

$3+4+p$

$3+3+3$

$1+(p-3)+3$

$1+\quad 1\quad +1$

$(p-4)+2+q$

$2\quad +2+2$

0

$\begin{cases}p-4=2,\ p=6\\ q=2\end{cases}$，$p+q=6+2=8$

18. 由題意可知

$f(x)=(x^2-3x+2)Q_1(x)+2x+3\Rightarrow f(2)=7$

$q(x)=(x-2)Q_2(x)-2\Rightarrow q(2)=-2$

$f(x)+q(x)$ 除以 $(x-2)$ 得餘式爲

$f(2)+q(2)=7+(-2)=5$

19. 由題意可知

$6x^2+7x-1=(px+q)(2x+1)+(-3)$

$(px+q)(2x+1)=6x^2+7x+2$

$px+q=\frac{6x^2+7x+2}{2x+1}=3x+2$

$p=3$，$q=2$，$p+q=3+2=5$

20. 令兩根爲 α,α^2

利用根與係數的關係，$\alpha+\alpha^2=\frac{-(-12)}{1}=12$

$\alpha^2+\alpha-12=0$，$(\alpha+4)(\alpha-3)=0$

$\alpha=-4$ 或 3，得兩根爲 $-4,16$ 或 $3,9$

所以二根積 $=-4\times16=-64$ 或 $3\times9=27$

由題意知二根積 $=\frac{k}{1}=k>0$，故 $k=27$

21. 原式 $=4\begin{vmatrix}3a+e & c\\ 3b+f & d\end{vmatrix}=4(\begin{vmatrix}3a & c\\ 3b & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}e & c\\ f & d\end{vmatrix})$

$=4(3\begin{vmatrix}a & c\\ b & d\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}c & e\\ d & f\end{vmatrix})=4(3\times3-2)=4\times7=28$

$\times(-4)$

22. 原式 $=3\begin{vmatrix}a & 1 & 4a+b\\ c & 3 & 4c+d\\ e & 4 & 4e+f\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}a & 1 & b\\ c & 3 & d\\ e & 4 & f\end{vmatrix}$

$=-3\begin{vmatrix}1 & a & b\\ 3 & c & d\\ 4 & e & f\end{vmatrix}=-3\times\frac{1}{2}\begin{vmatrix}2 & a & b\\ 6 & c & d\\ 8 & e & f\end{vmatrix}$

$=-3\times\frac{1}{2}\times10=-15$

23. 外接圓面積 $=16\pi$，可知半徑 $R=4$

由正弦定理 $\frac{\overline{BC}}{\sin A}=2R$，$\overline{BC}=\sin30^\circ\times2R=\frac{1}{2}\times8=4$

24. $\overline{AB}：\overline{BC}：\overline{CA}=4：6：7\Rightarrow c：a：b=4：6：7$

令 $a=6$，$b=7$，$c=4$，由餘弦定理知

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{7^2+4^2-6^2}{2\cdot7\cdot4}=\frac{29}{56}$

25. $3x^2-7x+2=0$ 因式分解得

$(3x-1)(x-2)=0$ 得 $x=\frac{1}{3}$ 或 2

因爲 $-1\le\sin\theta\le1$，所以 $\sin\theta=\frac{1}{3}$

由二倍角公式知

$\cos2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$ （$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$）

$=1-2\sin^2\theta$

$=1-2\times(\frac{1}{3})^2=\frac{7}{9}$