102 學年四技二專第三次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 102-3-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	A	C	D	C	C	D	D	B	D	C	A	B	B	A	D	B	A	A	D	B	B	C

1. 當 $\overline{AP}\perp L$ 時，則 $\overline{AP}$ 有最小值
故求垂直直線 L，且過 A 的直線為：$2x+y=-13$
解：$\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+y=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=-3 \end{cases}$，$\therefore P(-5,-3)$

2. $f(1)=a+b+c+d=(a+c)+(b+d)=5$
$f(-1)=-a+b-c+d=(b+d)-(a+c)=1$
設 $f(x)=(x^2-1)\cdot Q(x)+Ax+B$
則 $\begin{cases} f(1)=A+B=5 \\ f(-1)=-A+B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=3 \end{cases}$，$\therefore$所求為 $2x+3$

3. $\because A$、B、C、D 四點共圓
$\therefore$由正弦定理可得 $\dfrac{\overline{BD}}{\sin 120^\circ}=2R=\dfrac{\overline{CD}}{\sin 45^\circ}$
$\Rightarrow \overline{CD}=\dfrac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

4. $\because \vec{a}$、$\vec{b}$ 的夾角 $\theta=60^\circ$，$|\vec{a}|=10$
$\therefore \vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影長 $=|\vec{a}|\times\cos 60^\circ=10\times\dfrac{1}{2}=5$
又 $(2,1)$ 為和 $\vec{b}$ 同向的平行向量，且 $|(2,1)|=\sqrt{5}$
故 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影為 $5\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}(2,1)=(2\sqrt{5},\sqrt{5})$

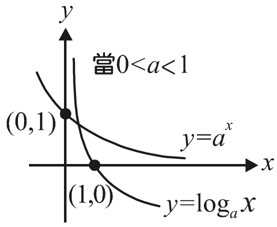
5. $f(x)>0$ 的解為 $-2<x<6$
$\Rightarrow f(x)<0$ 的解為 $x<-2$ 或 $x>6$
$\therefore f(2x)<0$ 的解為 $2x<-2$ 或 $2x>6$
$\Rightarrow x<-1$ 或 $x>3$

6. 由克拉瑪公式知，$\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=3$、$\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=4$
$\therefore \Delta_x=3\Delta$，$\Delta_y=4\Delta$
即 $\dfrac{\Delta+2\Delta_x-\Delta_y}{\Delta_x+\Delta_y}=\dfrac{\Delta+6\Delta-4\Delta}{3\Delta+4\Delta}=\dfrac{3\Delta}{7\Delta}=\dfrac{3}{7}$

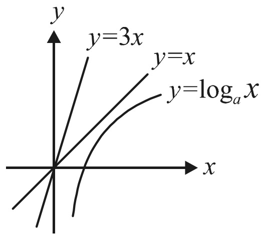
7. $\times 1$
$\begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ x-1 & 2 & 4 \\ x+1 & 0 & 7 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 3 \\ x+1 & 2 & 4 \\ x+1 & 0 & 7 \end{vmatrix}=(x+1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 7 \end{vmatrix}$
$=5(x+1)$，$\therefore \begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ x-1 & 2 & 4 \\ x+1 & 0 & 7 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow 5(x+1)=0$
$\Rightarrow x=-1$

8. $\log_{11}a=5\Rightarrow a=11^5$，$\log_{11}b=8\Rightarrow b=11^8$
$\therefore a+b=11^5+11^8=11^5\times(1+11^3)=11^5\times 1332$
則 $\log_{11}(a+b)=\log_{11}(11^5\times 1332)=5+\log_{11}1332$
$\doteqdot 5+3=8$

9. (A) 由 $y=\log_a x$ 可知：$a\neq 0$ 或 1
$\therefore y=a^x$ 不可能是水平線
(B) 有可能，如：



(C) 如

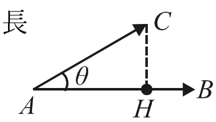


，則兩者沒有交點
(D) 正確，$\because y=a^x$ 與 $y=\log_a x$ 圖形對稱直線 $x=y$，且 L 和 L' 亦對稱直線 $x=y$

10. (A) $2\sin 20^\circ\cos 20^\circ=\sin 40^\circ$
(B) $\sin 50^\circ\cos 30^\circ-\cos 50^\circ\sin 30^\circ=\sin(50^\circ-30^\circ)$
$=\sin 20^\circ$
(C) $\cos 100^\circ\cos 20^\circ+\sin 100^\circ\sin 20^\circ=\cos(100^\circ-20^\circ)$
$=\cos 80^\circ=\sin 10^\circ$
(D) $\cos^2 10^\circ-\sin^2 10^\circ=\cos 20^\circ=\sin 70^\circ$

11. $\because$向量 $(3,4)$ 和向量 (a,b) 平行
$\therefore \dfrac{3}{a}=\dfrac{4}{b}\Rightarrow 4a-3b=0$
則所求距離 $=\dfrac{|4a-3b+15|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\dfrac{|0+15|}{5}=3$

12. 如圖，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos\theta=\overline{AB}\cdot\overline{AH}$
$\because \overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影長度 $\overline{AH}$ 最長
且 $\overrightarrow{AH}$ 與 $\overrightarrow{AB}$ 同向
$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 為最大內積值



13. (A) $C^8_6(H^3_6)$
(B) 1
(C) C^6_3

(D) P_3^6

14. $(1+x)+(1+x)^2+\cdots+(1+x)^{10}=\dfrac{(1+x)\times[(1+x)^{10}-1]}{(1+x)-1}$

$=\dfrac{(1+x)^{11}-(1+x)}{x}$

所求相當於 $(1+x)^{11}$ 展開式中 x^5 項的係數

$\therefore$所求 $=C_5^{11}\times1^7\times1^4=462$

15. 偶數的末位爲 0，有 $6\times5\times1=30$ 個

偶數的末位爲 2、4 或 6，有 $5\times5\times3=75$ 個

$\therefore$共有 105 個

16. 設方程式另一根爲 β，則由根與係數關係

$\begin{cases}(1-i)+\beta=-k\cdots① \\ (1-i)\times\beta=4\cdots\cdots②\end{cases}$

由②，$\beta=\dfrac{4}{1-i}=\dfrac{4\times(1+i)}{(1-i)(1+i)}=2+2i$……代入①

得 $k=-3-i$

17. A 點坐標爲 $(1,\sqrt{3})$，得 A 點極坐標爲 $[2,60°]$

$\because \angle AOB=60°$，且 B 在第二象限

$\therefore B$ 點極坐標爲 $[4,120°]$

設 $B(x,y)$，$\begin{cases}x=4\times\cos120°=-2 \\ y=4\times\sin120°=2\sqrt{3}\end{cases}$，得 $B(-2,2\sqrt{3})$

18. $y=f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\dfrac{1}{2}\cos x)$

$=2\sin(x+\dfrac{\pi}{6})$

(A) 最小值爲 -2

(B) 週期爲 2π

(C) 與直線 $y=2$ 有無限多個交點

19. $(a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10})-(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5)=50$

$\Rightarrow(a_6-a_1)+(a_7-a_2)+(a_8-a_3)+(a_9-a_4)+(a_{10}-a_5)=50$

$\Rightarrow 5d+5d+5d+5d+5d=50\Rightarrow 25d=50\Rightarrow d=2$

20. 第一條路徑：A→甲→乙→B

可連通的機率爲 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$

第二條路徑：A→丙→B，可連通的機率爲 $\dfrac{1}{3}$

$\therefore$所求 $=1-P$ (第一條路徑不連通，且第二條路徑不連通) $=1-\dfrac{8}{9}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{11}{27}$

21. P(甲勝兩場) $=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{25}$

$\therefore$乙得到獎金的機率爲 $1-\dfrac{9}{25}=\dfrac{16}{25}$

獎金期望值 $=\dfrac{16}{25}\times1000=640$ 元

22. 由整係數一次因式檢驗法知，可能的有理根爲 ±1、±3、±9，$\because$方程式有 4 個相異根，且此 4 根乘積爲 9

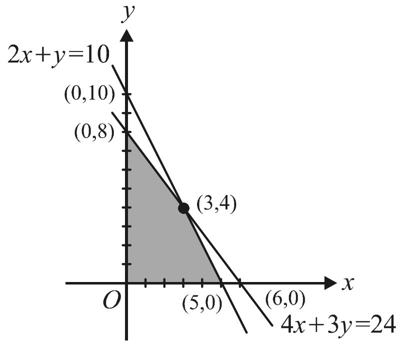
$\therefore$知此 4 根爲 ±1、±3

23. 可行解區域，如下圖

得頂點爲 $(0,0)$、$(5,0)$、$(3,4)$、$(0,8)$

代入 $5x+3y$ 依次得 0、25、27、24

故最大值爲 27



24. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{x^2+1}{x^2-x}$ 同乘 x^2-x，得 $x-1+2x=x^2+1$

$\Rightarrow x^2-3x+2=0\Rightarrow(x-1)(x-2)=0\Rightarrow x=1$ 或 2

但 $x=1$ 代回，使分母爲 0，不合

$\therefore x=2\Rightarrow$ 所求 $=2$

25. 乙的資料爲甲的資料各乘 2 倍 $\Rightarrow S_{乙}=2S_{甲}$

丙的資料爲甲的資料各加 10 $\Rightarrow S_{丙}=S_{甲}$

丁的資料爲甲的資料各加 2 $\Rightarrow S_{丁}=S_{甲}$

故選(C)