103 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 103-2-C

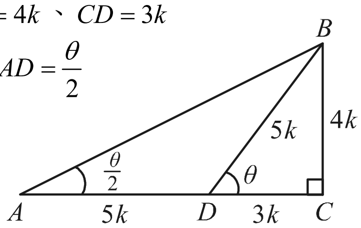
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	D	D	C	B	D	C	C	C	B	A	B	A	A	A	D	D	B	A	C	D	B	A	B

1. 設 $f(x)=a(x-1)^2+5$，則 $f(4)=a(4-1)^2+5=-13$
$\Rightarrow 9a=-18$，$\therefore a=-2$，故 $f(x)=-2(x-1)^2+5$
$\therefore f(0)=-2+5=3$

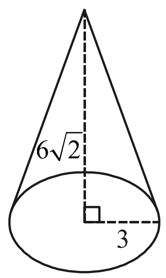
2. 設 $A(x\,,y)$，$\because ADEF$ 為平行四邊形
$\therefore \overline{AE}$ 的中點 $=\overline{DF}$ 的中點
$\Rightarrow \begin{cases} x+5=1 \\ y-4=3 \end{cases}$，得 $\begin{cases} x=-4 \\ y=7 \end{cases}$，$\therefore A(-4\,,7)$

3. 設 $P(a\,,b)$ 在 L_1 上
$\because \overline{PQ}$ 被原點平分，$\therefore Q(-a\,,-b)$ 在 L_2 上
代入得 $\begin{cases} 2a+b=10 \\ -a+2b=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=6 \end{cases}$，$\therefore P(2\,,6)$
故直線 L 之方程式：$y-0=\dfrac{6}{2}(x-0)\Rightarrow 3x-y=0$

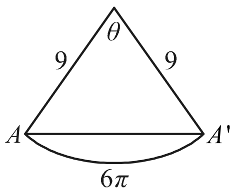
4. 設 $\overline{DB}=5k$，則 $\overline{BC}=4k$、$\overline{CD}=3k$
$\because \overline{AD}=\overline{DB}$，$\therefore \angle BAD=\dfrac{\theta}{2}$
故 $\cot\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$
$=\dfrac{8k}{4k}=2$



5. (1) 斜高 $=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+3^2}=9$，底圓周長 $=6\pi$



(2) 沿點 A 之側稜剪開成扇形
令中心角為 θ，弧長 $S=r\theta$
$6\pi=9\theta$，$\therefore \theta=\dfrac{2\pi}{3}$



(3) 最短路徑 $\overline{AA'}=\sqrt{9^2+9^2-2\times9\times9\times\cos\dfrac{2\pi}{3}}=9\sqrt{3}$

6. (A) $\tan590^\circ=\tan50^\circ=\dfrac{\sin50^\circ}{\cos50^\circ}>1$
(B) $\sin510^\circ=\sin30^\circ<1$
(C) $\cos(-400^\circ)=\cos40^\circ=\sin50^\circ<1$
(D) $\sec310^\circ=\sec50^\circ=\dfrac{1}{\cos50^\circ}>1$
但 $\sin50^\circ>\sin30^\circ$
$\therefore (D)>(A)>(C)>(B)$

7. (1) $\tan x+\cot x=\dfrac{1}{\sin x\cos x}=\dfrac{25}{8}$，$\therefore \sin x\cos x=\dfrac{8}{25}$
(2) $(\sin x-\cos x)^2=1-2\sin x\cos x=1-\dfrac{16}{25}=\dfrac{9}{25}$
$\because 0<x<\dfrac{\pi}{4}$，$\therefore \sin x<\cos x$，故 $\sin x-\cos x=-\dfrac{3}{5}$

8. $|\vec{b}|=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}$
$\therefore \vec{a}=-\dfrac{6}{3\sqrt{2}}\vec{b}=-\sqrt{2}(-3\,,3)=(3\sqrt{2}\,,-3\sqrt{2})$

9. $|\vec{a}+t\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2t\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2|\vec{b}|^2$
$=10+10t+5t^2=5(t+1)^2+5$
$\therefore$ 當 $t=-1$ 時，$|\vec{a}+t\vec{b}|$ 有最小值 $=\sqrt{5}$

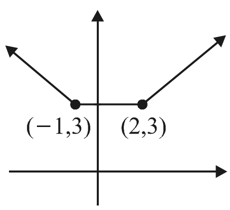
10. (1) ΔABC 面積 $=\dfrac{1}{2}\times2\times3\times\sin A=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
$\Rightarrow \sin A=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\therefore \angle A=45^\circ$ 或 135°
(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos A$
$=2\times3\times(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}})=\pm3\sqrt{2}$

11. 利用綜合除法得
$4x^4+x^2-x+4=(2x-3)(2x^3+3x^2+5x+7)+25$
$\therefore Q(x)=2x^3+3x^2+5x+7\Rightarrow Q(-1)=3$

12. $x=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1\Rightarrow x^2+2x-1=0$
$\therefore f(x)=x^4+4x^3-6x^2-20x+5$
$=(x^2+2x-1)(x^2+2x-9)-4$
$\therefore f(\sqrt{3-2\sqrt{2}})=-4$

13. 原式 $\Rightarrow (x+1)(x^2-4x+5)=0$
$\therefore x=-1$

14. (1) 作圖：$y=|x-2|+|x+1|$
$\begin{cases} 2x-1\text{，當 } x\ge2 \text{ 時} \\ 3\text{，當 } -1\le x<2 \text{ 時} \\ -2x+1\text{，當 } x\le-1 \text{ 時} \end{cases}$



(2) 由圖中可知
(A) 無解
(B) 無解
(C) 無限多解
(D) 有二解

15. 由複數相等知 $\begin{cases} a^2-6a=-5 \\ -b=4 \end{cases}$，$\therefore \begin{cases} a=1\text{或}5 \\ b=-4 \end{cases}$

故 $a+b=1$ 或 -3

16. (1) 由根與係數關係知 $\begin{cases} \alpha+\beta=-13 \\ \alpha\beta=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha<0 \\ \beta<0 \end{cases}$

(2) $(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2=\alpha-2\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}+\beta$

$=(\alpha+\beta)+2\sqrt{\alpha\beta}=-7$

17. $Z\cdot\overline{Z}=|Z|^2=(\dfrac{\sqrt{34}}{5})^2=\dfrac{34}{25}$

18. $\dfrac{(\sin 47^\circ+i\cos 47^\circ)(\cos 38^\circ+i\sin 38^\circ)}{\cos 69^\circ-i\sin 69^\circ}$

$=\dfrac{(\cos 43^\circ+i\sin 43^\circ)(\cos 38^\circ+i\sin 38^\circ)}{\cos(-69)^\circ+i\sin(-69)^\circ}$

$=\cos[43^\circ+38^\circ-(-69^\circ)]+i\sin[43^\circ+38^\circ-(-69^\circ)]$

$=\cos 150^\circ+i\sin 150^\circ=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$

19. 原式 $\Rightarrow \begin{vmatrix} -4+2\sqrt{2} & 3-4\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{vmatrix} \times 2 = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{vmatrix}$

$=-5\sqrt{2}$

20. $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2+99 \\ 1 & 3 & 108 \\ 1 & -5 & 124 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & -5 & 25 \end{vmatrix}$

$\times(-99)$

$=(x-3)(3+5)(-5-x)<0$

$\Rightarrow (x-3)(x+5)>0$，$\therefore x>3$ 或 $x<-5$

21. 設三數依序爲 x、y、z，則 $\begin{cases} x+y+z=54 \\ x=2y+9 \\ y=2z+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=35 \\ y=13 \\ z=6 \end{cases}$

22. (A) $x<4$ 但 $x\neq -2$

(B) $x^2-2x-8\geq 0 \Rightarrow x\geq 4$ 或 $x\leq -2$

(C) $-2<x\leq 4$

(D) $-3\leq x-1\leq 3 \Rightarrow -2\leq x\leq 4$

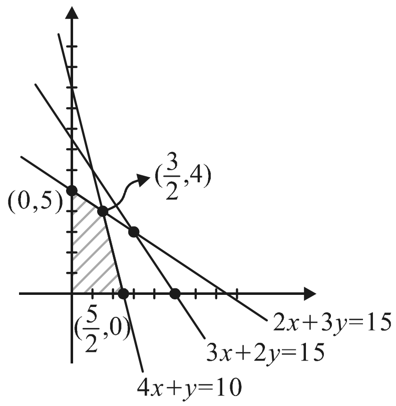
23. 設 A 款藥品生產 x 公斤、B 款藥品生產 y 公斤

則 $\begin{cases} x\geq 0\text{，}y\geq 0 \\ 6x+4y\leq 30 \Rightarrow 3x+2y\leq 15 \\ 4x+6y\leq 30 \Rightarrow 2x+3y\leq 15 \\ 12x+3y\leq 30 \Rightarrow 4x+y\leq 10 \end{cases}$

利潤函數 $f(x,y)=3x+4y$ 將可行解區域的頂點代入

得 $f(0,5)=20$、$f(\dfrac{3}{2},4)=\dfrac{41}{2}$、$f(\dfrac{5}{2},0)=\dfrac{15}{2}$

故 A 藥品生產 $\dfrac{3}{2}$ 公斤、B 藥品 4 公斤可得最大利潤



24. $y=\sin x-(\sin\dfrac{\pi}{3}\cos x-\cos\dfrac{\pi}{3}\sin x)$

$=\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\dfrac{1}{2}\sin x=\dfrac{3}{2}\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

$\therefore -\sqrt{\dfrac{9}{4}+\dfrac{3}{4}}\leq y\leq\sqrt{\dfrac{9}{4}+\dfrac{3}{4}} \Rightarrow -\sqrt{3}\leq y\leq\sqrt{3}$

故 y 有最大值 $=\sqrt{3}$

25. $x-2>0$，由算幾不等式知

$\dfrac{x-2+\dfrac{4}{x-2}}{2}\geq\sqrt{(x-2)\cdot\dfrac{4}{x-2}}$

$\therefore x-2+\dfrac{4}{x-2}\geq 4 \Rightarrow x+1+\dfrac{4}{x-2}\geq 7$